

Eesti LXVII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.jaanuaril 2020.a. Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Peeter alustas liikumist punktist A punkti B kell 11:00. 5 minutit peale tema väljumist alustas samuti punktist A punkti B liikumist Indrek. On teada, et Indreku samm on 20% lühem, kui Peetril, kuid Indrek jõuab sama ajaga teha 20% rohkem samme, kui Peeter. Kumb poistest jõudis punkti B varem kohale ja mitme minuti võrra, kui on teada, et Peeter jõudis kohale punkti B kell 15:00.
2. Lahenda võrrand: $\frac{9x^2+18x-1}{9x} + \frac{54x}{9x^2+18x-1} = 5$
3. Toomase seinakell koosneb keskpunktist O , tunniseierist AO ning minutiseierist BO , seejuures $|AO| = |OB|$. Kell 14:00 on sektori ABO pindala S . Mitme minuti pärast on kolmnurga ABO pindala sellega võrdne?
4. Martin mängib järgmist mängu: ta paigutab ümber numbrid arvus 39012, mille järel paneb korrutamise märgi suvalise kahe numbriga vahel ning arvutab välja korrutamistehe tulemuse. Näiteks: $190 \cdot 32 = 6080$, või $310 \cdot 29 = 8990$. Mis on suurim arv, mis võib tekkida sellise arvutuse järgselt?
5. Salapärases metsas jagavad kaks võlurit mustas ja valges mütsis päkapikkudele seeni. Nende juurde rivistusid suvalises järjekorras kahte rivvi $2n$ päkapikku, kellest pooled on musta- ja pooled on valge müstiga. Kui võluri juurde tuleb päkapikk, kellel on sama värvi müts, kui võluril, siis päkapikk saab seene ja läheb ära, vastasel juhul aga läheb teise võluri järjekorra lõppu. Millise minimaalse arvu suunamisega teisse järjekorda saavad võlurid päkapikkudele seened ära jägada, kui protsessi käigus võivad võlurid ühe korra vahetada omavahel mütsi? (Võlurid ise otsustavad, mis hetkel tuleb nende juurde päkapikk vastavast järjekorrast. Järjekorrad võivad olla erineva pikkusega.)